Livret d'exercices

de Mathématiques

En route vers la Première

Lycée Pasteur

Juillet 2020

Fiche n° 1

QCM 1.

1. Quel est l'intervalle représentant l'ensemble des nombres réels x tels que $5 < x \leqslant 8$?

a) $]5\,;\,8]$ b) $]8\,;\,5[$ c) $[5\,;\,8[$

2. Quelle est l'expression égale à $x(2x+1)-2(2x+1)$?

a) $(2x+1)(x-2)$ b) $(2x+1)(-2x)$ c) $(2x+1)(2-x)$

3. Quelle est l'expression égale à $(5x-2)^2$?

a) $10x^2-10x+4$ b) $25x^2-20x+4$ c) $25x^2-4$

4.Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$. Quelle est l'affirmation exacte ?

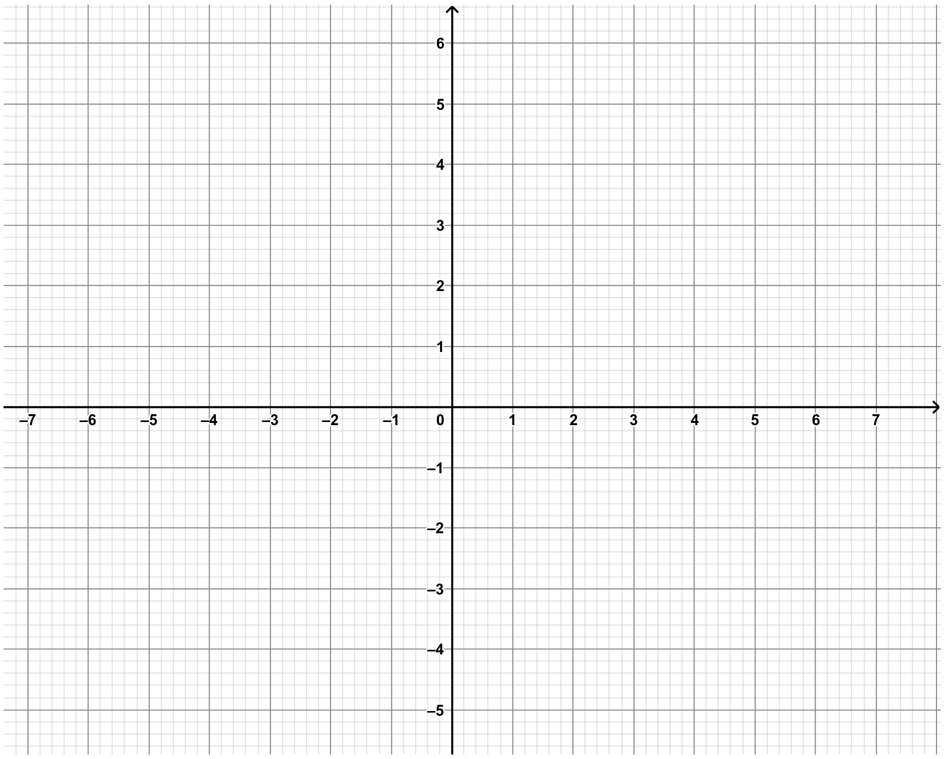
a) 3 est le seul antécédent de 9 b) 3 est l'image de 9 c) 9 est l'image de 3 et de -3

5. Parmi les équations suivantes, quelle est celle qui est équivalente à $2x^2-8=4x$?

a) $2x^2-4x=8$ b) $x^2-8=x^2+4x$ c) $x^2-4=2x$

Exercice 1.

On considère les points suivants dans un repère orthonormé : $A(2;-3)$, $B(4;5)$ et $C(-6;-1)$



1. Placer les points dans le repère. On complètera la figure au fur et mesure.
2. Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[BC]$
3. Calculer les longueurs AB, AC et BC. En déduire la nature du triangle ABC
4. Soit les points $E(-2;-2)$ et $F(3;1)$

Déterminer, par le calcul, les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{EF}$

En déduire que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

5. Déterminer une équation de la droite (AI)

5. Justifier que le point $G\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$ appartient à la droite (AI)

Fiche n° 2

QCM 2.

1. Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x + 3$. Quelle est l'affirmation exacte ?

a) f est d'abord décroissante, puis croissante b) f est croissante sur $\mathbb{R}$ c) f est décroissante sur $\mathbb{R}$

2. Quel est le nombre égal à $\sqrt{50}$?

a) $5\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{5}$ c) 25

3. Quelle est la factorisation correcte de $6x^2 - 9x$?

a) $6x(x-3)$ b) $3x(2x-3)$ c) $3(2x^2-3)$

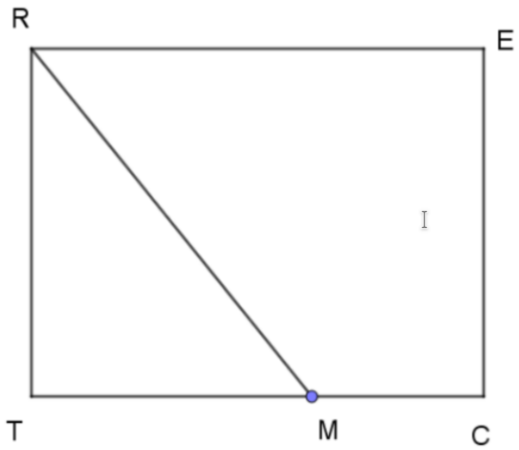
4. Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = 2x - 1$. On appelle C_f la représentation graphique de f. Quel est le seul point appartenant à C_f ?

a) $B(3;2)$ b) $A(5;9)$ c) $C(-1;0)$

5. On considère l' équation $4x^2 - 6 = 10$. Quel est l' ensemble des solutions de cette équation ?
a) $\mathscr{S} = \{4\}$ b) $\mathscr{S} = \{2\}$ c) $\mathscr{S} = \{-2;2\}$

Exercice 2.

$RECT$ est un rectangle tel que $RE = 8$ cm et $EC = 6$ cm. Un point M se déplace de E vers T sur les côtés $[EC]$ et $[CT]$ du rectangle. La figure ci-dessous a été réalisée pour une position particulière de M sur son trajet. (La figure n'est pas à l'échelle).



On note x la distance parcourue par le point M depuis le point de départ E.

On note $f(x)$ la distance RM lorsque le point M a parcouru une distance x depuis le point E.

On définit ainsi une fonction f.

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Que vaut $f(0)$?
3. Calculer l'image par f de 6.
4. Dresser le tableau de variation complet de la fonction f.

Fiche n° 3

Questions 3.

1. $EFGH$ est un parallélogramme. Ecrire 4 égalités de vecteurs.

2. Développer et réduire les expressions algébriques suivantes :

$$A = 2x \times (x+3) \qquad B = (x+2)(2x-1) \qquad C = (3x-1)^2$$

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 2x + 5$
a. Calculer l'image de 3 par la fonction f
b. Résoudre $f(x) = 5$
c. Calculer $f(-2)$

4. 3×5^2 est la décomposition en produit de facteurs premiers de :

a)75 b)30 c)225

5. L'expression $3x - 5y + 2 = 0$ est une équation cartésienne d'une droite d
Donner un vecteur directeur et un point de cette droite.

Exercice 3.

Voici le tableau de variation d'une fonction f sur son ensemble de définition :

x	-5		-4		$\sqrt{2}$		4
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2

Pour chacune de ces affirmations, dire si elle est vraie, fausse ou si les renseignements fournis dans le tableau ne permettent pas de conclure.

1) L'ensemble de définition de f est $[-5;4]$
2) $f(0) = -5$
3) f est strictement décroissante sur l'intervalle $[-4;0]$
4) f est monotone sur l'intervalle $[-4;4]$
5) Le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[-5;4]$ est 0.
6) L'équation $f(x) = 0$ admet exactement trois solutions.
7) $f(1) < 0$
8) $f(-4,5) > f(-3)$
9) f est croissante sur l'intervalle $[-1;2]$.
10) $f(-4) \geqslant f(0)$

Fiche n° 4

Questions 4.

1. Résoudre les équations suivantes :

$$(5x-6)(2x+8)=0 \qquad 2x^2-3x=0 \qquad 2x(x+3)-5(x+3)=0 \qquad x^2-4=0$$

2. A, B, C sont trois évènements d'une expérience aléatoire et $P(A)=0,25$
a. Calculer $P(\overline{A})$
b. On donne $P(B)=0,45$ et $P(A\cup B)=0,5$. Calculer $P(A\cap B)$
c. On donne $P(C)=0,4$ et $P(A\cap C)=0,15$. Calculer $P(A\cup C)$.

3. La relation d'appartenance $x\in[-2;3[$ est équivalente à l'inégalité :

(a) $-2<x<3$ (b) $-2<x\leqslant 3$ (c) $-2\leqslant x\leqslant 3$ (d) $-2\leqslant x<3$

4. Quel nombre n'appartient pas à la réunion d'intervalles $[-5;1]\cup[3;5]$?

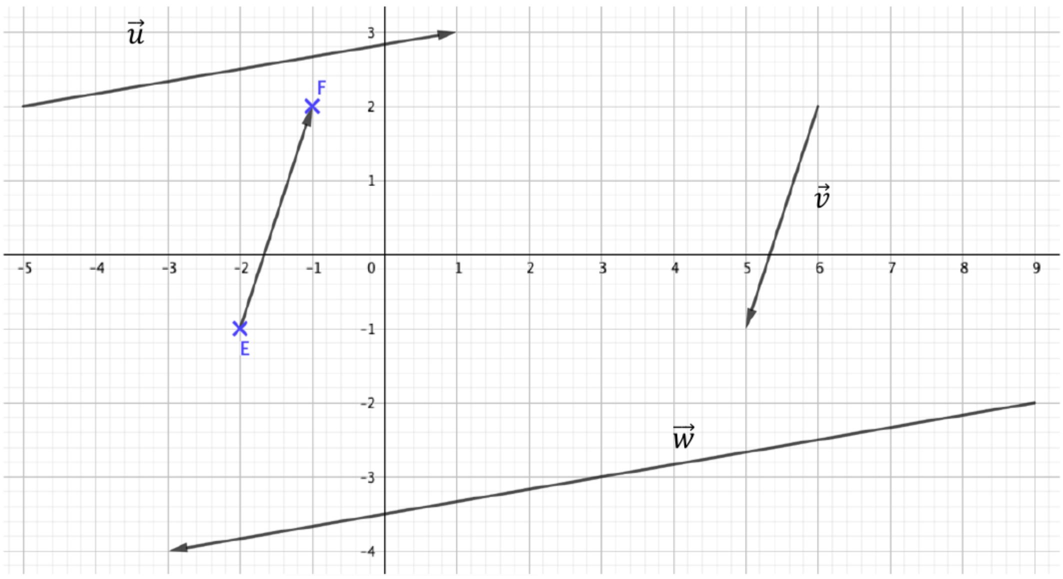
(a) -1 (b) π (c) $3\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{3}$.

5. L'intervalle [-2 ; 1] est inclus dans l'intervalle :

(a) [-4 ; 1, 001] (b) [-1 ; 0[(c)] -2 ; 1[(d) [-1 ; 2].

Exercice 4.

On considère le plan muni d'un repère orthonormé.



1) a) Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$
b) Parmi ces 3 vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$, y a-t-il deux vecteurs colinéaires ? Lesquels ? Ont-ils le même sens ?
2) a) Lire les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF}$.
b) Calculer les coordonnées du vecteur $-3\overrightarrow{EF}$
3) Soient les vecteurs $\vec{s}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}3\\-12\end{pmatrix}$ Les vecteurs $\vec{s}$ et $\vec{t}$ sont-ils colinéaires ?
4) Soient les vecteurs $\vec{m}\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\0,8\end{pmatrix}$ Calculer le déterminant des vecteurs $\vec{m}$ et $\vec{n}$

Fiche n° 5

Questions 5.

1. $SION$ est un parallélogramme, alors :

(a) $\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{SI} + \overrightarrow{IO}$ (b) $\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{NI}$ (c) $\overrightarrow{SN} = \overrightarrow{SI} + \overrightarrow{ON}$ (d) $\overrightarrow{IN} = \overrightarrow{IS} + \overrightarrow{IO}$

Les affirmations précédentes sont-elles vraies ? Justifier vos réponses

2. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant les réponses.
On se place dans un repère $(\mathrm{O}, \vec{i}, \vec{j})$.
Soit Δ la droite d'équation $y = 5x + 3$.

a. Le point $C(-2; 7)$ appartient à la droite Δ.
b. La droite Δ' d'équation $y = 3x - 2$ et la droite Δ sont parallèles.
c. Le point $D(-2,5; -9,5)$ appartient aux deux droites Δ et Δ'.

Exercice 5.

Un bijoutier propose des perles de culture pour fabriquer des bijoux. Il dispose dans son stock de deux types de couleurs : les perles argentées et les perles noires. Chacune de ces perles a soit une forme dite sphérique, soit une forme dite équilibrée, soit une forme dite baroque.

On sait que dans son stock, 44% des perles sont équilibrées, $\frac{2}{5}$ sont baroques et les autres sont sphériques. De plus, 60% des perles sont argentées et, parmi les perles argentées 15% sont sphériques et la moitié sont baroques.

1. Compléter le tableau des pourcentages ci-dessous à l'aide des données de l'énoncé

	Sphérique S	Equilibrée E	Baroque B	Total
Argentée A				
Noire N				
Total				100

2. Le bijoutier choisit une perle du stock au hasard. On suppose que chaque perle a la même probabilité d'être choisie. Chaque événement est noté avec la lettre précisée dans le tableau.

Toutes les probabilités seront données sous forme décimale exacte.

a) Quelle est la probabilité que le bijoutier choisisse une perle de forme baroque ?
b) Quelle est la probabilité que le bijoutier choisisse une perle noire de forme équilibrée ?
c) Déterminer la probabilité de l'événement $A \cup S$ puis interpréter ce résultat.

Fiche n° 6

Questions 6.

1. Résoudre les équations suivantes :

$$13x - 4 = 7x + 11 \qquad\qquad 24x - 11 = 5$$

2. On considère les points $A(2;5)$ et $B(8;-7)$
Déterminer une équation réduite de la droite (AB)

3. Calculer et mettre sous forme de fraction irréductible : $A = \dfrac{13}{48} + \dfrac{5}{36}$

4. Ecrire le nombre B sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a entier : $B = \sqrt{12} + 11\sqrt{3} - \sqrt{48}$

5. Simplifier l'expression suivante et donner le résultat sous la forme 2^n : $C = \dfrac{2^5 \times 2^9}{(2^4)^2 \times 2^2}$

Exercice 6.

Un site de développement de photos affiche les tarifs suivants :

- de 1 à 50 tirages : 0,15 € par photo et 3 € de frais de port
- au-delà de 50 tirages : 0,10 € la photo et 4 € de frais de port.

a) Calculer le prix payé pour 40 photos puis pour 70 photos.

b)Compléter la fonction Python donnant le prix payé y connaissant le nombre de photos x commandées

```
def prix(x) :
    if ( ... ) :
        ...
    else :
        ...
    return ...

```

c) On pourra éxécuter cet algorithme pour les valeurs précédentes avec le logiciel Edupython ou en ligne (https ://repl.it/languages/python3)
Pour cela, après avoir interprété le script, on lancera dans la console Python : prix(40) et prix(70)

Fiche n° 7

Questions 7.

1. Développer les expressions suivantes :

$$A(x) = (3x-1)(3x+1) \qquad B(x) = (x+5)^2 \qquad C(x) = (2x-1)^2$$

2. Le prix d'un pantalon baisse pendant les soldes d'été de 30 %. Quel est le coefficient multiplicateur ?
Le prix initial du pantalon est de 40 euros. Quel est le prix final ?

3. Le prix d'un article augmente de 100 % puis subit une baisse de 50 %.
Le prix initial a-t-il finalement changé ? Justifier votre réponse.

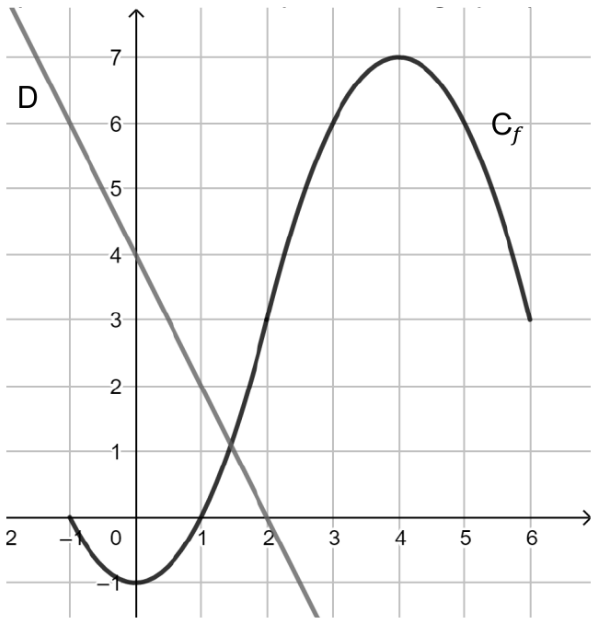
4. Dans un repère, on donne les points $A(-1;3), B(7;-1), C(5;0), D(4;2)$et $E(0;4)$.
a. Démontrer que les points A, B et C sont alignés.
b. Démontrer que les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(3x-9)(2x-1) = 0 \qquad x^2 + 4x = 0$$

Exercice 7.

On a tracé dans le repère ci-dessous une droite D et C_f , la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-1;6]$.



a. Donner le tableau de signes de la fonction f sur l'intervalle [-1 ;6] ainsi que son tableau de variations.
b. Déterminer $f(0)$.
c. Résoudre $f(x) = 6$.
d. Résoudre $f(x) \geqslant 3$.
e. La droite D est la représentation graphique d'une fonction affine g. Donner son expression.
f. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.
g. Vérifier par un calcul le résultat de la question f

Fiche n° 8

Questions 8.

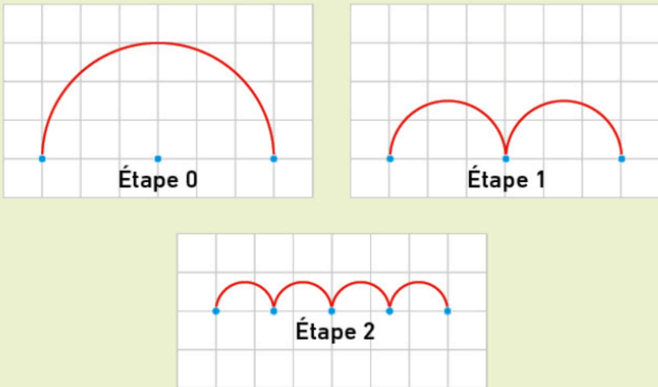
1. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A(x) = 3x(x-1)+7(x-3) \qquad B(x) = (12x-5)(4-x)$$

2. f est une fonction décroissante sur l'intervalle $[-3;5]$. Arthur affirme que $f(-2) < f(4)$. Qu'en pensez-vous ?

3.

On construit une suite de demi-cercles de la manière suivante.



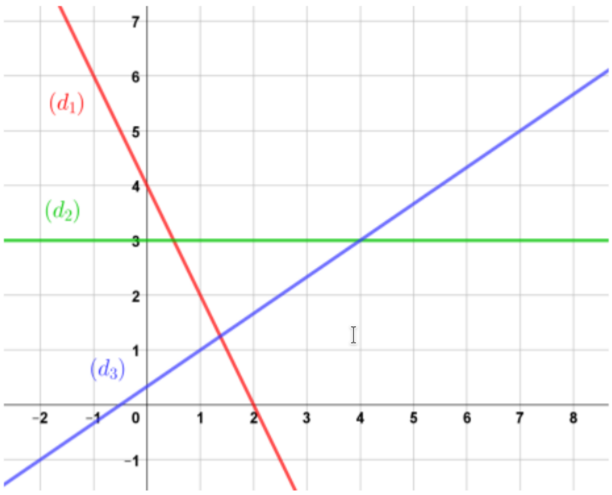
À chaque étape, on prend la moitié du rayon précédent et on trace deux fois plus de demi-cercles qu'à l'étape précédente. À l'étape 0, le rayon est égal à 3 cm.
On s'intéresse à trois grandeurs :
• le rayon ;
• la longueur de la ligne formée par les arcs de cercle ;
• l'aire sous la ligne formée par les arcs de cercle.

1. Conjecturer ce que deviennent ces grandeurs après un « grand » nombre d'étapes.

Exercice 8.

1. Représenter dans un repère orthonormé les droites d'équations : $y = 2x+1$ et $y = 3x-1$
2. Lire graphiquement les coordonnées du point d'intersection I.
3. Retrouver les coordonnées du point I par le calcul

Pour chacune des droites représentées, déterminer graphiquement son équation réduite :



Pour la droite (d_3), on pourra déterminer l' ordonnée à l'origine par un calcul.

Fiche n° 9

Questions 9.

1. Factoriser les expressions suivantes :

$$f(x) = (2x-1)(x+3) + (2x-1)(7x-1) \qquad g(x) = 3x^2 + 5x$$

2. Etablir le tableau de signes de $f(x) = (3x-2)(6-x)$ sur $\mathbb{R}$.
En déduire les solutions de l'inéquation : $f(x) > 0$

3. Résoudre $3x - 5 \geqslant 6x + 5$

4. Le tableau suivant résume les résultats obtenus par la classe de seconde C d'un lycée lors d'un devoir de mathématiques.

Note	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	17	18
Effectif	1	2	1	3	3	5	6	4	2	1	2	2	1

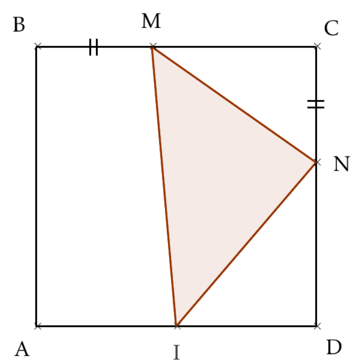
a) Combien y a-t-il d'élèves dans cette classe ? Déterminer l'étendue de la série de notes.
b) Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu une note inférieure ou égale à 8 ?
c) Déterminer la moyenne, la médiane et les quartiles de la série de notes.
d) Déterminer l'écart type de cette série de notes (attention il faut ici aussi tenir compte de l'effectif de chaque note).
e) On effectue un regroupement en classes des notes des élèves de seconde C. Compléter le tableau suivant :

Note	[0 ; 5[	[5;8[	[8;10[	[10;12[	[12;15[	[15;20[
Effectif						

Calculer la moyenne des notes à partir ce tableau. Que remarque t-on ?

Exercice 9.

$ABCD$ est un carré de côté 6 cm. I est le milieu de $[AD]$. M est un point de $[BC]$ et N un point de $[CD]$ tels que $BM = CN = x$.



1. Exprimer l'aire du trapèze $BMIA$, des triangles MNC et NID en fonction x
2. En déduire que l'aire du triangle IMN vaut : $f(x) = 0,5x^2 - 4,5x + 18$
3. A l'aide de la calculatrice, établir un tableau de valeurs de cette fonction sur $[0 ; 6]$ avec un pas de 0,5.
4. A l'aide de ce dernier et de la courbe (calculatrice), conjecturer l'existence d'un minimum et la valeur pour lequel il est atteint.

Fiche n° 10

Questions 10.

1. Factoriser les expressions suivantes :

$$A = x^2 - 25 \qquad B = 4x^2 - 36 \qquad C = x^2 - 10x + 25 \qquad D = 9x^2 + 6x + 1$$

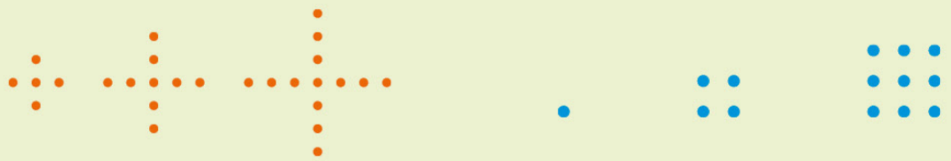
2. Des erreurs se sont glissées dans les tableaux de variations suivants. Les corriger.

x	-4		5		3
$f(x)$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

x	-3		1		4		10
$f(x)$	0	$\nearrow$	-4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	5

3.

On présente ci-dessous deux suites de dessins.



Suite 1 **Suite 2**

1. Recopier les dessins de chaque suite et dessiner deux étapes suivantes.

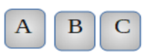
2. Indiquer pour chaque dessin le nombre de points nécessaires.

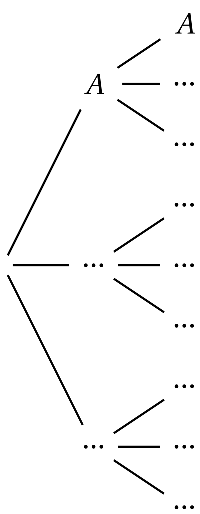
3. Sans rien dessiner de plus, déterminer le nombre de points nécessaires pour former le 10^{e} dessin de chacune de ces deux suites.

Exercice 10.

On place trois lettres R, V et N dans un sac. On tire une première lettre qu'on écrit, on la remet dans le sac. On tire une seconde fois, on note la lettre obtenue qui est replacée dans le sac et on effectue de même un troisième tirage. On considère le mot de trois lettres ainsi formé.
1. Réaliser un arbre représentant la situation.
2. Calculer la probabilité que le mot soit VNR .
3. Calculer la probabilité que le mot possède la lettre V en deuxième position.
4. Calculer la probabilité que le mot contienne la lettre R.

Le code d'entrée d'un garage à vélo est obtenu en appuyant deux fois sur le digicode ci-dessous.





1.Reproduire et compléter l'arbre de dénombrement ci-contre.

2. On choisit un code au hasard.
Déterminer la probabilité des événements :
V : « Le code contient une même lettre répétée » ;
L : « Le code ne contient pas la lettre A »